

Teoría del arco iris

H. Moysés Nussenzveig

¿Por qué aparecen en el cielo esos bellos arcos coloreados cuando las gotas de agua difunden la luz del sol? La respuesta a esta difícil pregunta ha puesto a contribución todos los recursos de la física matemática

El arco iris es un puente entre dos culturas, pues su descripción ha venido constituyendo un desafío tanto para los poetas como para los científicos. Suele suponerse que la descripción científica es un sencillo problema de óptica geométrica, resuelto hace mucho tiempo y cuyo único interés actual sería como ejercicio histórico. Pero no es así, pues sólo recientemente se ha elaborado una teoría cuantitativa satisfactoria del arco iris, teoría que además abarca mucho más que la óptica geométrica, basándose en todo lo que sabemos sobre la naturaleza de la luz, siendo necesario tener en cuenta sus propiedades ondulatorias (la interferencia, la difracción y la polarización) y corpusculares (verbigracia, la cantidad de movimiento transportada por un haz de luz).

Algunos de los métodos más poderosos de la física matemática se idearon explícitamente para tratar el problema del arco iris y otros estrechamente relacionados con él. El arco iris ha servido de piedra de toque para poner a prueba las teorías ópticas. La más afortunada de ellas puede, hoy, describir el arco iris matemáticamente, es decir, predecir la distribución de su luz en el cielo. Los mismos métodos pueden aplicarse a fenómenos parecidos, como son los brillantes anillos de color llamados glorias, e incluso a otras clases de arco iris, como los atómicos y nucleares.

La comprensión científica del mundo no siempre se acepta sin reservas. Goethe escribió que el análisis de los colores del arco iris realizado por Newton “baldaría el corazón de la Naturaleza”. Un sentimiento análogo fue expresado por Charles Lamb y John Keats; en un banquete celebrado en 1817 propusieron un brindis: “Por la salud de Newton y la ruina de las matemáticas.” Los científicos que contribuyeron a la teoría del arco iris no fueron, sin embargo, insensibles a su

belleza. En palabras de Descartes: “El arco iris es una maravilla de la naturaleza tan notable... que yo difícilmente podría haber elegido otro ejemplo mejor para la aplicación de mi método.”

El arco único y brillante que se ve tras un chubasco de lluvia o en la rociada de una cascada es el arco iris primario. Su característica más conspicua es su despliegue de colores, que varían mucho en brillo y claridad, pero siempre siguen el mismo orden: el violeta es el más interno, mezclándose gradualmente con varios tonos de azul, verde, amarillo y naranja, siendo el rojo el más externo.

Otras características del arco iris son menos acusadas y, de hecho, no siempre se presentan. En el cielo, por encima del arco primario, se encuentra el secundario, en el que los colores aparecen en orden inverso, con el rojo más hacia dentro y el violeta en el borde externo. Una observación cuidadosa revela que la región situada entre ambos arcos es bastante más oscura que el cielo circundante. Incluso en aquellos casos en los que el arco secundario no sea discernible, se puede ver que el arco primario tiene un “lado iluminado” y un “lado oscuro”. A la región oscura se la ha denominado banda oscura de Alejandro, en honor del filósofo griego Alejandro de Afrodisia, quien la describió por primera vez hacia el año 200 de la era cristiana.

Otra característica que se ve sólo algunas veces es una serie de débiles bandas, en la que suelen alternar el rosa y el verde, hacia la parte interna del arco primario. (Pueden aparecer más raramente en la parte exterior al arco secundario.) Estos “arcos supernumerarios” se ven generalmente con la máxima claridad hacia la parte superior del arco primario. Aunque no son nada llamativos, han tenido una importante influencia en el desarrollo de las teorías sobre el arco iris.

El primero que intentó explicar racionalmente la aparición del arco iris fue probablemente Aristóteles. Propuso la idea de que era en realidad una clase especial de reflexión de la luz solar por las nubes. La luz se reflejaría con un ángulo fijo, dando lugar a un cono circular de “rayos de arco iris”. Aristóteles explicó así correctamente la forma circular del arco y advirtió que no se trataba de un objeto material en una posición definida del cielo, sino más bien de un conjunto de direcciones a lo largo de las cuales se difunde fuertemente la luz hasta los ojos del observador.

El ángulo que forman los rayos del arco iris y la luz solar incidente fue medido por primera vez en 1266 por Roger Bacon. Obtuvo un resultado de unos 42 grados; el arco secundario está unos ocho grados más alto en el cielo. Hoy día se acostumbra medir esos ángulos en la dirección opuesta, atendiendo al cambio total de dirección de los rayos procedentes del Sol. El ángulo del arco primario mide, por tanto, 180 menos 42, es decir, 138 grados; se trata del llamado ángulo del arco iris. El ángulo del arco secundario mide 130 grados.

Tras la conjetura de Aristóteles hubieron de pasar diecisiete siglos antes de que la teoría del arco iris progresase algo. En 1304 el monje alemán Teodorico de Freiberg rechazó la hipótesis aristotélica de que el arco

1. ARCO IRIS DOBLE fotografiado en el Parque Nacional de Pallastunturi, Finlandia. La banda brillante más interna es el arco primario; está separado del arco secundario, más débil, por una región, llamada banda oscura de Alejandro, que es visiblemente más oscura que el cielo circundante. Bajo el arco primario hay unas pocas bandas tenues de rosa y verde; son los arcos supernumerarios. A la teoría compete dar una explicación cuantitativa de cada uno de esos rasgos.

iris resultase de la reflexión colectiva por las gotas de agua de una nube, proponiendo en cambio que cada gota individual era capaz de producir un arco iris. Además comprobó esta conjetura mediante experimentos realizados con una gota aumentada: un frasco esférico de vidrio lleno de agua, que le permitió seguir el camino de los rayos luminosos que constituyen el arco iris.

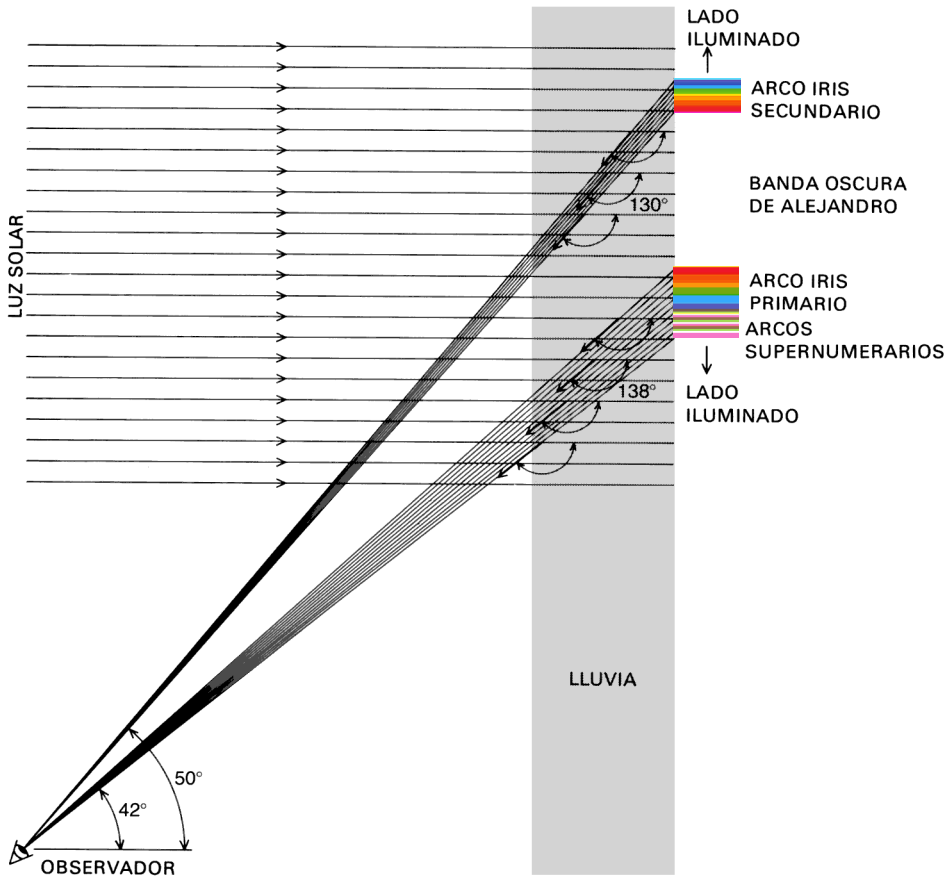
Los descubrimientos de Teodorico permanecieron en buena medida ignorados durante tres siglos, hasta que volvieron a ser redescubiertos inde-

pendientemente por Descartes, que siguió el mismo método. Ambos mostraron que el arco iris está constituido por rayos que penetran en una gota y se reflejan una sola vez en su superficie interna. El arco secundario está formado por rayos que han sufrido dos reflexiones internas. En cada reflexión se pierde algo de luz, lo que es la causa principal de que el arco secundario sea más débil que el primario. Teodorico y Descartes también se dieron cuenta de que la luz dispersada por el globo en una dirección determinada, comprendida en el margen de ángulos

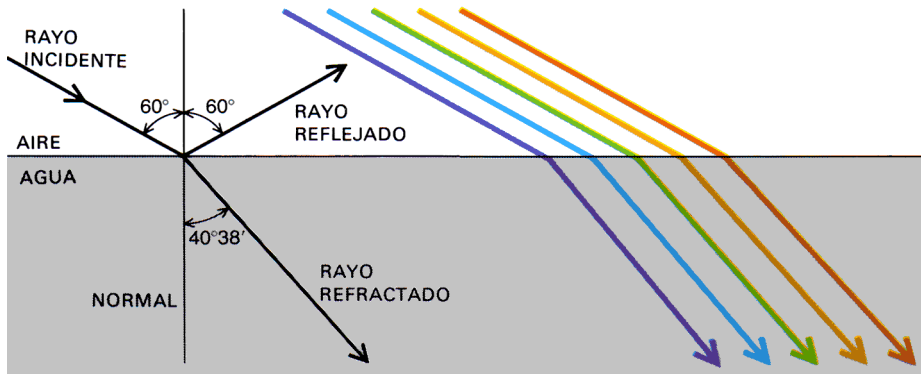
correspondientes al arco iris, presentaba un solo color. Si se variaba la posición del ojo para explorar los otros ángulos de dispersión, aparecían los otros colores espectrales, de uno en uno, por lo que llegaron a la conclusión de que cada uno de los colores del arco iris llegaba al ojo procedente de un conjunto diferente de gotas de agua.

Teodorico y Descartes comprendieron que todos los rasgos fundamentales del arco iris se pueden explicar examinando la luz que pasa por una gota única. Los principios fundamentales que determinan la naturaleza del





2. LA GEOMETRIA DEL ARCO IRIS viene determinada por el ángulo de desviación, que es el ángulo que forma la dirección del rayo incidente con la del rayo emergente de la gota, en el sentido de propagación de éste. Los rayos incidentes se desvían preferentemente según ángulos de 138 y de 130 grados, originando los arcos iris primario y secundario, respectivamente. Entre esos ángulos es muy poca la luz que es devuelta por las gotas; ésta es la región de la banda oscura de Alejandro. Los ángulos óptimos son ligeramente distintos para cada longitud de onda de la luz, por lo cual se dispersan los colores. El orden en que aparecen los colores en el arco secundario es el inverso del que corresponde al arco primario. No existe un plano único en el que se halle el arco iris; éste es el conjunto de direcciones a lo largo de las cuales la luz incidente se desvía hacia el observador.



3. LA REFLEXION Y LA REFRACCION de la luz en la superficie de separación entre el aire y el agua son los hechos básicos en la formación de un arco iris. Por lo que a la reflexión se refiere, el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. En el caso de la refracción, el ángulo que la luz transmitida forma con la normal a la superficie de separación viene determinado por las propiedades del medio, caracterizadas por el índice de refracción. La luz que penetra en un medio con un índice de refracción más alto es desviada, acercándose a la normal. La luz de longitudes de onda diferentes se desvía según ángulos ligeramente distintos; esta dependencia entre índice de refracción y color se llama dispersión. Las teorías suelen tratar por separado cada componente monocromática de la luz incidente.

arco son los que rigen la interacción entre la luz y los medios transparentes, es decir, la reflexión y la refracción.

La ley de la reflexión es el principio, conocido e intuitivamente evidente, de que el ángulo de reflexión debe ser igual al ángulo de incidencia. La ley de la refracción es algo más complicada. Mientras que el camino de un rayo reflejado queda completamente determinado por la geometría, la refracción obliga a tener en cuenta las propiedades de la luz y las propiedades del medio.

La velocidad de la luz en el vacío es invariante; en realidad, constituye una de las constantes fundamentales de la naturaleza. En cambio la velocidad de la luz en un medio material queda determinada por las propiedades del medio. El cociente entre velocidad de la luz en el vacío y velocidad de la luz en una substancia se llama índice de refracción de esa substancia. Para el aire, este índice sólo es un poco mayor que la unidad; para el agua vale aproximadamente 1,33.

Un rayo de luz que pase de aire a agua se retarda al atravesar la superficie de separación; si incide oblicuamente sobre dicha superficie, el cambio de velocidad se traduce en un cambio de dirección. Los senos de los ángulos de incidencia y refracción para dos medios están siempre en una relación constante e igual al cociente de los índices de refracción de los dos medios. Esta igualdad se llama ley de Snell, en honor de Willebrord Snell, quien la formuló en 1621.

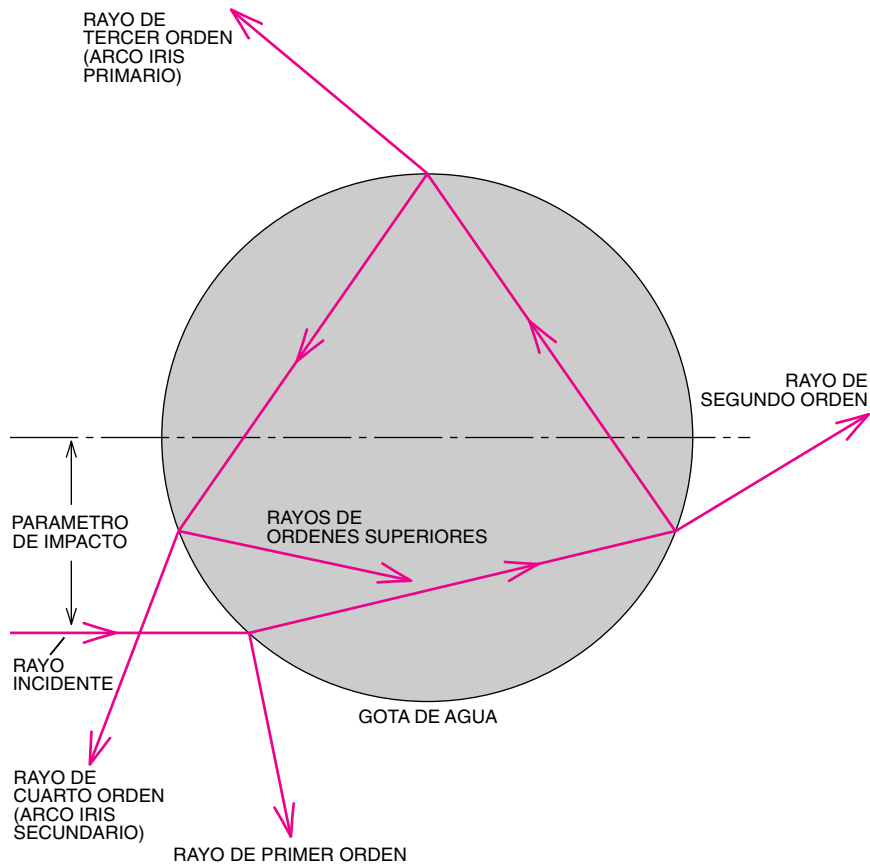
Se puede realizar un análisis provisional del arco iris aplicando las leyes de la reflexión y de la refracción a la trayectoria de un rayo luminoso al atravesar una gota. Admitiendo que la gota sea esférica, todas las direcciones son equivalentes y sólo queda una variable importante: la distancia del rayo incidente a un eje paralelo a él y que pase por el centro de la gota. Esta distancia se llama parámetro de impacto y varía desde cero, cuando el rayo coincide con el eje central, al radio de la gota, si el rayo es tangente.

El rayo incidente sufre una reflexión parcial en la superficie de la gota; denominaremos a esta luz reflejada "rayos desviados de primer orden". La luz restante pasa al interior de la gota (con un cambio de dirección causado por la refracción) y al llegar de nuevo a su superficie vuelve a transmitirse parcialmente (rayos de segundo orden) y se refleja parcialmente. Cuando la luz reflejada vuelve a incidir sobre la

superficie, se divide otra vez entre una componente reflejada y otra transmitida, proceso que continúa indefinidamente. La gota da origen por tanto a una serie de rayos difundidos, cuya intensidad suele decrecer rápidamente. Los rayos de primer orden representan la reflexión directa por la gota y los de segundo orden se transmiten directamente a través de ella. Los de tercer orden son los que salen de la gota tras una reflexión interna, y forman el arco iris primario. Los rayos de cuarto orden, que han sufrido dos reflexiones internas, originan el arco secundario. Los arcos de orden superior proceden de rayos con trayectorias más complicadas, pero de ordinario no son visibles.

El ángulo de desviación de cada orden de rayos varía dentro de un amplio intervalo de valores en función del parámetro de impacto. Cuando hay Sol la gota queda iluminada simultáneamente para todos los parámetros de impacto, por lo que la luz se dispersa prácticamente en todas las direcciones. No es difícil encontrar trayectos de rayos luminosos a través de la gota que contribuyan al arco iris, pero hay una infinidad de ellos que dirigen la luz hacia otros lados. ¿Por qué entonces se refuerza la intensidad dispersada en la proximidad del ángulo del arco iris? Esta es una cuestión que Teodorico no examinó; Descartes fue el primero en solucionarla.

Aplicando las leyes de la reflexión y de la refracción en cada punto en el que un rayo pudiese incidir sobre la superficie de separación aire-agua, calculó laboriosamente los caminos de muchos rayos incidentes según muchos parámetros de impacto. Los rayos de tercer orden tienen una importancia predominante. Cuando el parámetro de impacto es cero, los rayos son desviados en la dirección de incidencia, es decir, una vez han pasado por el centro de la gota se reflejan en su pared opuesta, girando un ángulo de 180° y regresando hacia el Sol. A medida que crece el parámetro de impacto y los rayos incidentes se separan del centro de la gota, el ángulo de desviación disminuye. Descartes halló, sin embargo, que esta variación no continúa cuando el parámetro de impacto ha aumentado hasta su valor máximo, caso de incidencia rasante en que el rayo es tangente a la superficie de la gota. Por el contrario, el ángulo de desviación pasa por un mínimo cuando el parámetro de impacto vale aproximadamente $7/8$ del radio de la gota, y después aumenta de nuevo. El ángulo de desviación correspondiente al mínimo vale 138° .



4. EL RECORRIDO DE LA LUZ al atravesar una gota se puede determinar aplicando las leyes de la óptica geométrica. Cada vez que el haz incide sobre la superficie, parte de la luz se refleja y parte se refracta. Los rayos reflejados directamente por la superficie se llaman rayos de primer orden; los que se transmiten directamente a través de la gota se llaman de segundo orden. Los rayos de tercer orden emergen tras una reflexión interna; éstos son los que originan el arco iris primario. El arco secundario está constituido por rayos de cuarto orden, que han experimentado dos reflexiones internas. El valor del ángulo de desviación de los rayos de cada tipo está determinado por un único factor, el parámetro de impacto (que es la distancia del rayo incidente a un eje paralelo a él y que pase por el centro de la gota).

En el caso de los rayos de cuarto orden, el ángulo de desviación es nulo cuando lo es el parámetro de impacto; en otras palabras, el rayo central se refleja dos veces y después continúa en su dirección original. Al aumentar el parámetro de impacto también lo hace el ángulo de desviación, pero de nuevo esta variación se invierte en cierto momento, esta vez a 130° . Los rayos de cuarto orden tienen un ángulo de desviación máximo de 130° y, si el parámetro de impacto aumenta más, los rayos salen apuntando hacia la parte posterior de la gota, desviados hacia la dirección de incidencia.

La iluminación de una gota que esté al Sol es uniforme y los parámetros de impacto de los rayos incidentes estarán también uniformemente distribuidos. Sería de esperar, por tanto, que la concentración de luz desviada fuese máxima donde más lenta sea la variación del ángulo de desviación

según el parámetro de impacto. Es decir, la luz desviada será más brillante allí donde se reúnan la mayor cantidad de rayos que incidieron con parámetros de impacto diferentes. Las regiones de mínima variación son las vecinas a los ángulos de desviación máximo y mínimo, lo que explica el especial carácter de los ángulos de los arcos primario y secundario. Y como en la región comprendida entre los ángulos de 130° y 138° no puede haber rayos desviados de los órdenes tercero y cuarto, queda también explicada la banda oscura de Alejandro.

Puede entenderse mejor la teoría de Descartes si se considera un conjunto de gotas que, de alguna manera, difundieran la luz uniformemente en todas direcciones. Un cielo lleno de tales gotas sería uniformemente brillante desde todos los ángulos. En un cielo poblado de gotas de agua reales hay disponible la misma cantidad de

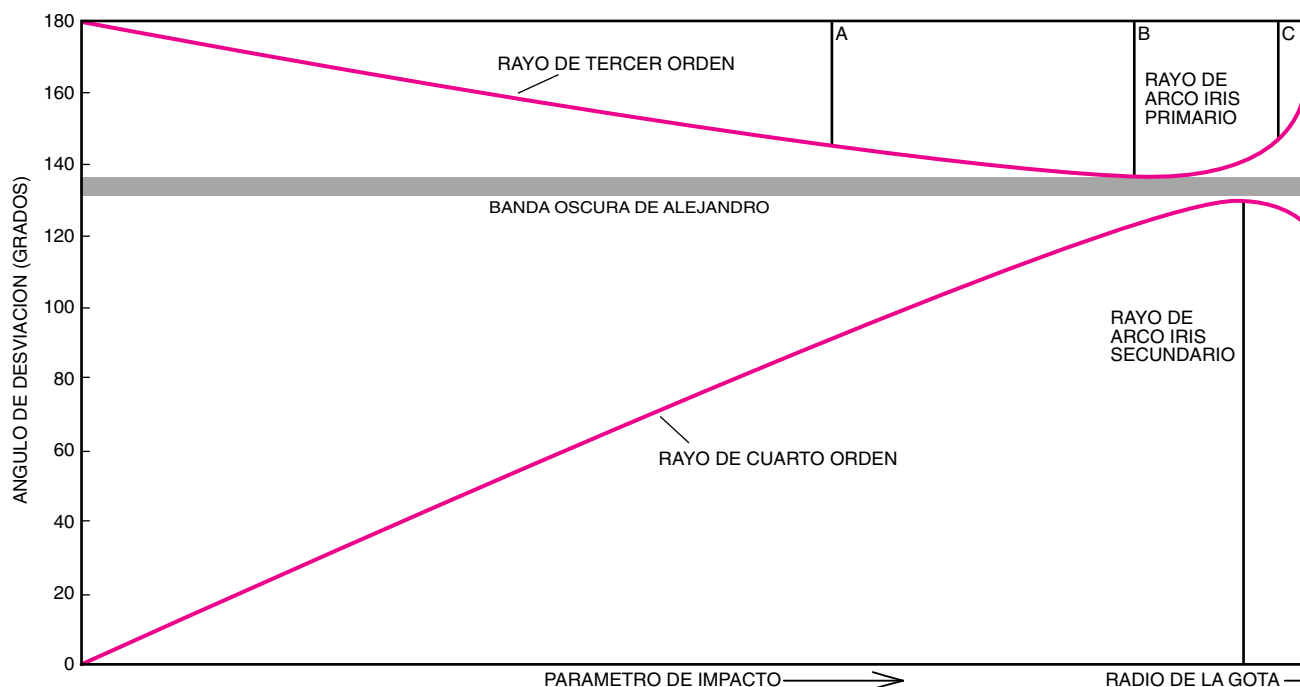
luz, pero ha sido redistribuida. La mayoría de las zonas celestes están iluminadas más débilmente de lo que lo estarían con dispersión uniforme, pero en la proximidad del ángulo del arco iris hay un arco brillante, que se atenúa gradualmente en el lado iluminado y más bruscamente en el lado oscuro. El arco secundario es otra región análoga de gran intensidad, salvo que es más estrecho y todas sus características son más débiles. Conforme a la teoría cartesiana, la zona situada entre los arcos es decididamente más oscura que cualquier otra parte: si sólo contuviera rayos de órdenes tercero y cuarto, sería muy negra.

El arco iris cartesiano es un fenómeno sorprendentemente sencillo. El brillo es una función de la velocidad de variación del ángulo de desviación. Este queda determinado por dos factores: el índice de refracción, que se supone constante, y el parámetro de impacto, que se supone distribuido uniformemente. Un factor que carece de influencia alguna sobre el ángulo del arco iris es el tamaño de las gotas: la geometría de la desviación es la misma para las gotitas de agua que constituyen las nubes que para los globos de vidrio llenos de agua que usaban Teodorico y Descartes.

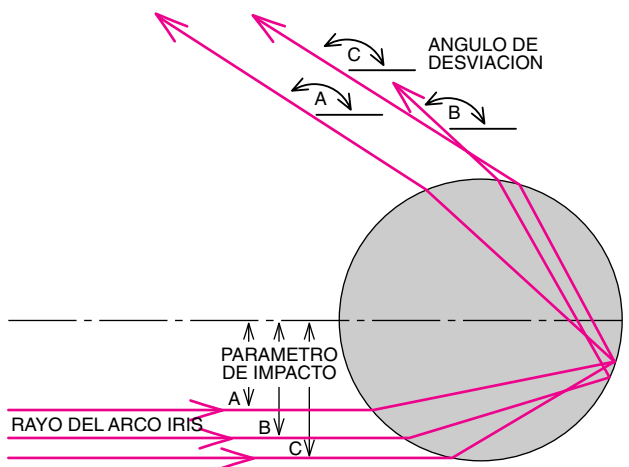
Hasta ahora hemos prescindido de una de las características más conspi-

cuas del arco iris: sus colores. Por supuesto que Newton los explicó en 1666 mediante sus experimentos con prismas. Tales experimentos demostraron no solamente que la luz blanca es una mezcla de colores, sino también que el índice de refracción difiere para cada color, efecto llamado dispersión. Se deduce, por tanto, que cada color o longitud de onda de la luz debe tener su propio ángulo de arco iris; lo que observamos en la naturaleza es una reunión de arcos monocromáticos, cada uno ligeramente corrido respecto al anterior.

Partiendo de sus mediciones del índice de refracción, Newton calculó que el ángulo del arco iris es de 137



5. ANGULO DEL ARCO IRIS. La especial importancia que tiene se observa al considerar el ángulo de desviación en función del parámetro de impacto. Cuando éste es cero, el ángulo de desviación para un rayo de tercer orden es de 180 grados; el rayo pasa por el centro de la gota, se refleja en la superficie situada más allá del centro y vuelve hacia el Sol en la dirección de incidencia, pero en sentido opuesto. A medida que aumenta el parámetro de impacto disminuye el ángulo de desviación, hasta que llega a alcanzar un valor mínimo. Este rayo de mínima desviación es el rayo del arco iris en el diagrama de la izquierda; los rayos con parámetros de impacto a uno y otro lado de él se desvían según ángulos mayores. La desviación mínima es aproximadamente de 138 grados y la máxima concentración de rayos desviados se encuentra en la proximidad de este ángulo. El incremento resultante de la intensidad de la luz difundida se percibe como arco primario. El arco secundario se forma de manera análoga, excepto que el ángulo de desviación para los rayos de cuarto orden hasta un mínimo. El máximo se encuentra hacia los 130 grados. Ningún rayo de los órdenes tercero y cuarto puede alcanzar ángulos de desviación entre 130 y 138 grados, lo que explica la existencia de la banda oscura de Alejandro. A la izquierda se ve cómo dos rayos de tercer orden, con parámetros de impacto a uno y otro lado del correspondiente al rayo del arco iris, emergen según el mismo ángulo de desviación. La interferencia entre rayos como éstos da lugar a los arcos supernumerarios.



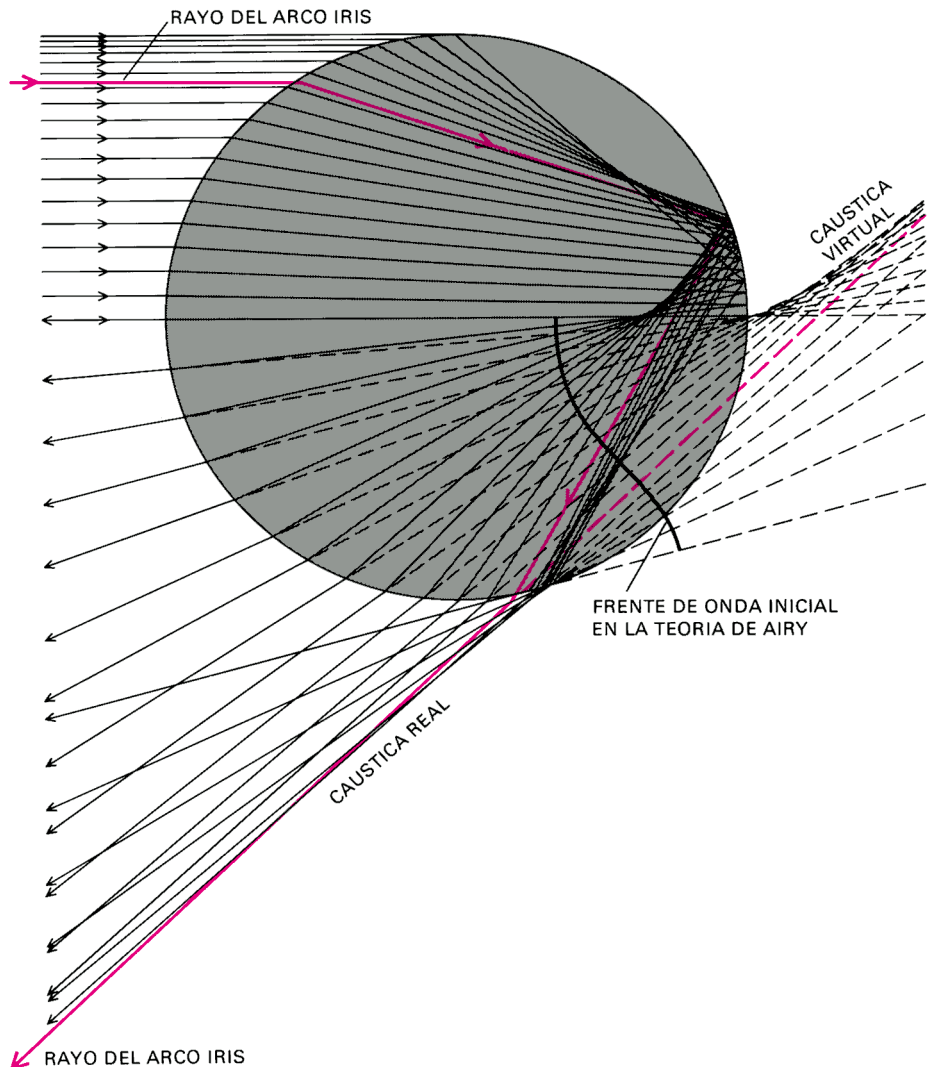
grados y 58 minutos para la luz roja y de 139 grados y 43 minutos para la luz violeta. La diferencia entre ambos es de 1 grado y 45 minutos, que debería ser la anchura del arco iris si los rayos de la luz solar incidente fueran exactamente paralelos. Aceptando medio grado para el diámetro aparente del Sol, Newton obtuvo una anchura total de dos grados y quince minutos para el arco primario.

Entre Descartes y Newton quedaron explicadas las características más importantes del arco iris. Explicaron la existencia de los arcos primario y secundario y de la zona oscura que los separa; calcularon sus posiciones angulares y describieron la dispersión de la luz difundida formando un espectro. Todo ello se consiguió usando exclusivamente la óptica geométrica. Su teoría, sin embargo, tenía un fallo importante: era incapaz de explicar los arcos supernumerarios. La comprensión de esos detalles aparentemente nimios requiere tener ideas más sutiles sobre la naturaleza de la luz.

Los arcos supernumerarios aparecen en el lado interno, o iluminado, del arco primario. En esta región angular hay dos rayos de tercer orden que, tras haber sido difundidos, emergen en la misma dirección; provienen de rayos incidentes que tienen parámetros de impacto a uno y otro lado del valor que corresponde al arco iris. Así, para cualquier ángulo dado ligeramente mayor que el del arco iris, la luz difundida incluye rayos que han seguido dos caminos diferentes en el interior de la gota. Los rayos emergen por distintos lugares de su superficie, pero siguen la misma dirección.

En los tiempos de Descartes y de Newton, esas dos contribuciones a la intensidad difundida sólo podían manejarse por simple suma. El resultado es que la intensidad obtenida decrece continuamente con la desviación respecto al ángulo del arco iris, sin traza alguna de arcos supernumerarios. La verdad es que las intensidades de los dos rayos no pueden sumarse porque no son fuentes independientes de radiación.

El efecto óptico escondido tras el fenómeno de los arcos supernumerarios lo descubrió Thomas Young en 1803, demostrando que la luz era capaz de producir interferencia, fenómeno que ya era conocido por el estudio de las olas en el agua. La superposición de ondas producidas en cualquier medio puede dar lugar bien a un refuerzo (cresta sobre cresta) o bien a una anulación (cresta sobre seno). Young demostró la interferencia de las

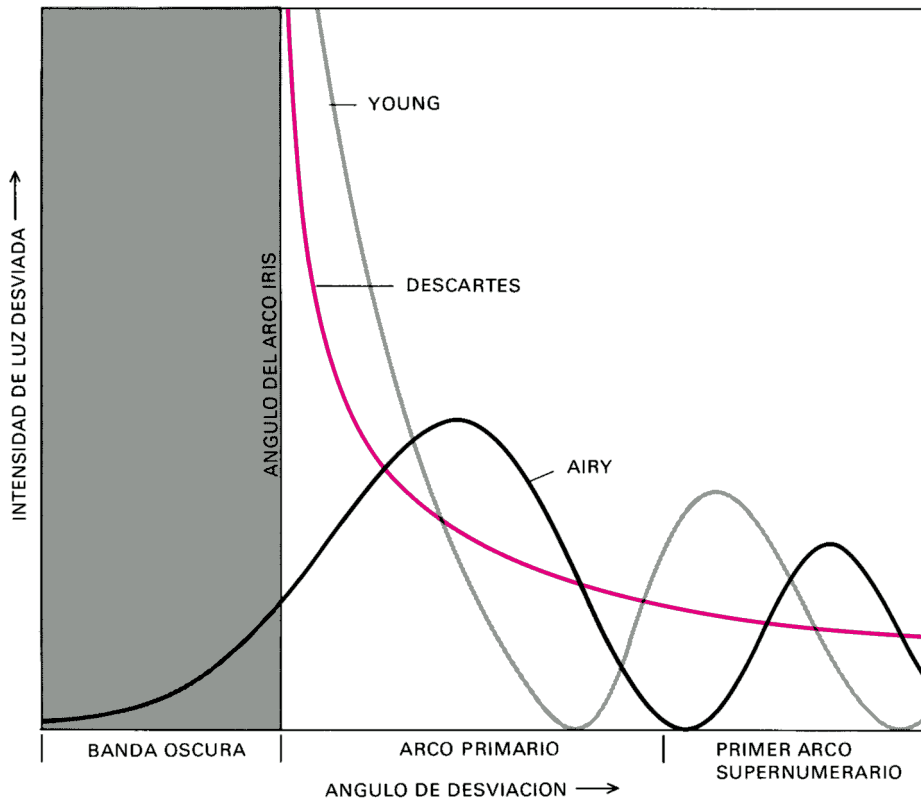


6. LA CONFLUENCIA DE RAYOS desviados por una gota da lugar a cústicas. Una cústica es la envolvente de un sistema de rayos. De interés especial es la cústica de los rayos de tercer orden, que tiene dos ramas, una real y otra virtual; la última se forma por prolongación de los rayos hacia atrás. Cuando se construye el rayo del arco iris en ambas direcciones, se aproxima asintóticamente a las ramas de la cústica. George B. Airy elaboró una teoría del arco iris basada en el análisis de tal curva. Habiendo escogido un frente de onda inicial —una superficie perpendicular en todos los puntos a los rayos de tercer orden— Airy pudo determinar la distribución de las amplitudes de las ondas restantes. Un punto débil de esta teoría es la necesidad de presuponer las amplitudes iniciales.

ondas luminosas haciendo pasar un delgado haz de luz monocromática a través de dos orificios de diámetro muy pequeño y observando las franjas alternativamente iluminadas y oscuras que se producían. El propio Young señaló la relación entre su descubrimiento y los arcos supernumerarios del arco iris. Los dos rayos desviados en la misma dirección por una gota son estrictamente análogos a la luz que pasa a través de los dos agujeros en el experimento de Young. En el caso de ángulos muy próximos al del arco iris los dos trayectos por la gota difieren muy poco, de modo que ambos rayos interfieren constructivamente. Al aumentar el ángulo, los dos rayos

siguen trayectos de longitudes cada vez más diferentes. Cuando la diferencia es igual a la mitad de la longitud de onda, la interferencia es completamente destructiva; para ángulos mayores, los dos haces vuelven a reforzarse. El resultado es una variación periódica de la intensidad de la luz desviada, una serie de bandas alternativamente brillantes y oscuras.

Como los ángulos de desviación a los que se produce interferencia constructiva están determinados por la diferencia de longitud entre los trayectos de los dos rayos, esos ángulos están afectados por el radio de la gota. El aspecto de los arcos supernu-



7. LA INTENSIDAD CALCULADA en función del ángulo de desviación se compara en tres de las primitivas teorías del arco iris. En el análisis geométrico de Descartes la intensidad es infinita para el ángulo del arco iris; disminuye gradualmente (sin arcos supernumerarios) en el lado iluminado y cae bruscamente a cero en el lado oscuro. La teoría de Thomas Young, basada en la interferencia de las ondas luminosas, predice los arcos supernumerarios, pero retiene la transición brusca de la intensidad de cero a infinito. La teoría de Airy altera la posición de los máximos en la curva de intensidad y, por primera vez, proporciona (mediante la difracción) una explicación de la atenuación gradual del arco iris hasta convertirse en sombra.

merarios (en contraste con el ángulo del arco iris) depende, pues, del tamaño de las gotas. En el caso de gotas grandes la diferencia aumenta mucho más rápidamente que para gotas pequeñas con el parámetro de impacto. De aquí que, cuanto mayores sean las gotas, tanto más estrecha será la separación angular entre los arcos supernumerarios. Los arcos son casi imposibles de distinguir si las gotas son de diámetro superior a un milímetro aproximadamente. La superposición de colores tiende también a eliminar los arcos. La dependencia de los arcos supernumerarios respecto al tamaño de las gotas explica por qué son más fáciles de ver cerca de la cima del arco iris: las gotas de lluvia tienden a hacerse mayores a medida que caen.

Con la teoría de la interferencia de Young se explicaban todas las características importantes del arco iris, al menos de forma cualitativa y aproximada. Faltaba, sin embargo, una teoría matemática, cuantitativa, capaz de predecir la intensidad de la

luz desviada en función del tamaño de la gota y del ángulo de desviación.

La explicación de Young de los arcos supernumerarios se basaba en la teoría ondulatoria de la luz. Resultaba paradójico que sus predicciones para el otro lado del arco, para la banda oscura de Alejandro, estuviesen en desacuerdo con dicha teoría. La teoría de la interferencia, como las de Descartes y Newton, predecía completa oscuridad en esta región, al menos cuando sólo se consideraban los rayos de los órdenes tercero y cuarto. Sin embargo, no es posible una transición tan abrupta, porque la teoría ondulatoria de la luz exige que las acusadas separaciones entre luz y sombra se suavicen a causa de la difracción. La manifestación más familiar de la difracción es la manera en que la luz o el sonido parecen curvarse en el borde de un obstáculo opaco. En el arco iris no hay obstáculo real alguno; de todas maneras, el borde de separación entre el arco primario y la banda oscura debería presentar difracción. El tratamiento de la

difracción es un sutil y difícil problema de física matemática; los estímulos para el desarrollo subsiguiente de la teoría del arco iris derivaron principalmente de los esfuerzos realizados para resolverlo.

Richard Potter observó en 1835 que el cruce de varios conjuntos de rayos luminosos en una gota da lugar a curvas cóncavas. Una cóncava, o "curva ardiente", representa la envolvente de un sistema de rayos y va siempre asociada a un brillo elevado. Una cóncava conocida es la curva brillante de dos arcos que se unen en punta y que se forma en una taza de té cuando la luz del Sol se refleja en sus paredes interiores. Las cóncavas, como el arco iris, suelen tener un lado iluminado y otro oscuro; la intensidad aumenta continuamente hasta la cóncava y, pasada ésta, cae en forma brusca.

Potter mostró que el rayo de Descartes del arco iris —el rayo de tercer orden con ángulo de desviación mínimo— se puede considerar como una cóncava. Todos los otros rayos transmitidos de tercer orden, cuando se prolongan hasta el infinito, se acercan al rayo de Descartes desde el lado iluminado; no hay rayos de esta clase en el lado no iluminado. Hallar la intensidad de la luz desviada por un arco iris es semejante, pues, al problema de determinar la distribución de intensidades en la vecindad de una cóncava.

George B. Airy intentó determinar tal distribución en 1838. Su razonamiento se basaba en un principio de la propagación de ondas formulado en el siglo XVII por Christiaan Huygens y perfeccionado más tarde por Augustin Jean Fresnel. Este principio considera cada punto de un frente de ondas como fuente de ondas esféricas secundarias; las ondas secundarias definen un nuevo frente de ondas; de esta manera se explica la propagación de las ondas. Se deduce, por tanto, que si se conociera la amplitud de las ondas secundarias en cada punto de un frente de ondas completo, se podría reconstruir la distribución de amplitudes en cualquier otro punto. La totalidad del arco iris se podría describir rigurosamente si conociéramos la distribución de amplitudes a lo largo del frente de ondas en una gota única. Por desgracia no suele poder determinarse la distribución de amplitudes; lo más que generalmente puede hacerse es una estima razonable para un frente de ondas escogido con la esperanza de obtener una buena aproximación.

Airy escogió como frente de ondas inicial una superficie del interior de

la gota que sea normal a todos los rayos de tercer orden y con un punto de inflexión (cambio en el sentido de la curvatura) donde corte al rayo de Descartes. Estimó las amplitudes de las ondas a lo largo de este frente mediante hipótesis corrientes en la teoría de la difracción y pudo así expresar la intensidad de la luz desviada en la región del arco iris en términos de una nueva función matemática, a la que entonces se dio el nombre de integral del arco iris y hoy se llama función de Airy. No trataremos aquí de la forma matemática de la función de Airy.

La distribución de intensidades predicha por la función de Airy es análoga a la figura de difracción que aparece en la sombra de un filo rectilíneo. En el lado iluminado del arco primario hay oscilaciones de intensidad que corresponden a los arcos supernumerarios; las posiciones y anchuras de esos máximos difieren algo de lo predicho por la teoría de la interferencia de Young. Otra diferencia importante de la teoría de Airy es que la intensidad máxima del arco iris se produce para un ángulo algo mayor que el ángulo de mínima desviación de Descartes. Las teorías de Descartes y de Young predicen una intensidad infinita a ese ángulo, debido a la presencia de la cáustica. En la teoría de Airy no se alcanza intensidad infinita en ningún punto; por lo que se refiere al rayo de Descartes, la intensidad pronosticada por la teoría es menos de la mitad que la que corresponde al máximo. Por último, en el lado oscuro del arco iris aparecen efectos de difracción; en lugar de anularse brusca-

mente, la intensidad disminuye poco a poco en la banda oscura de Alejandro.

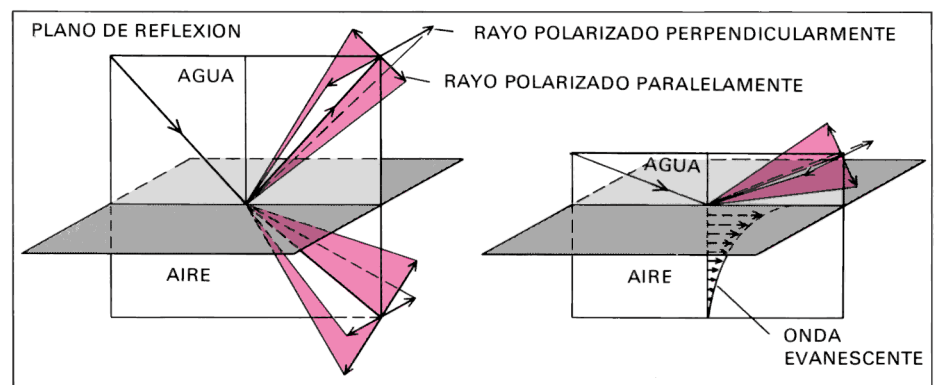
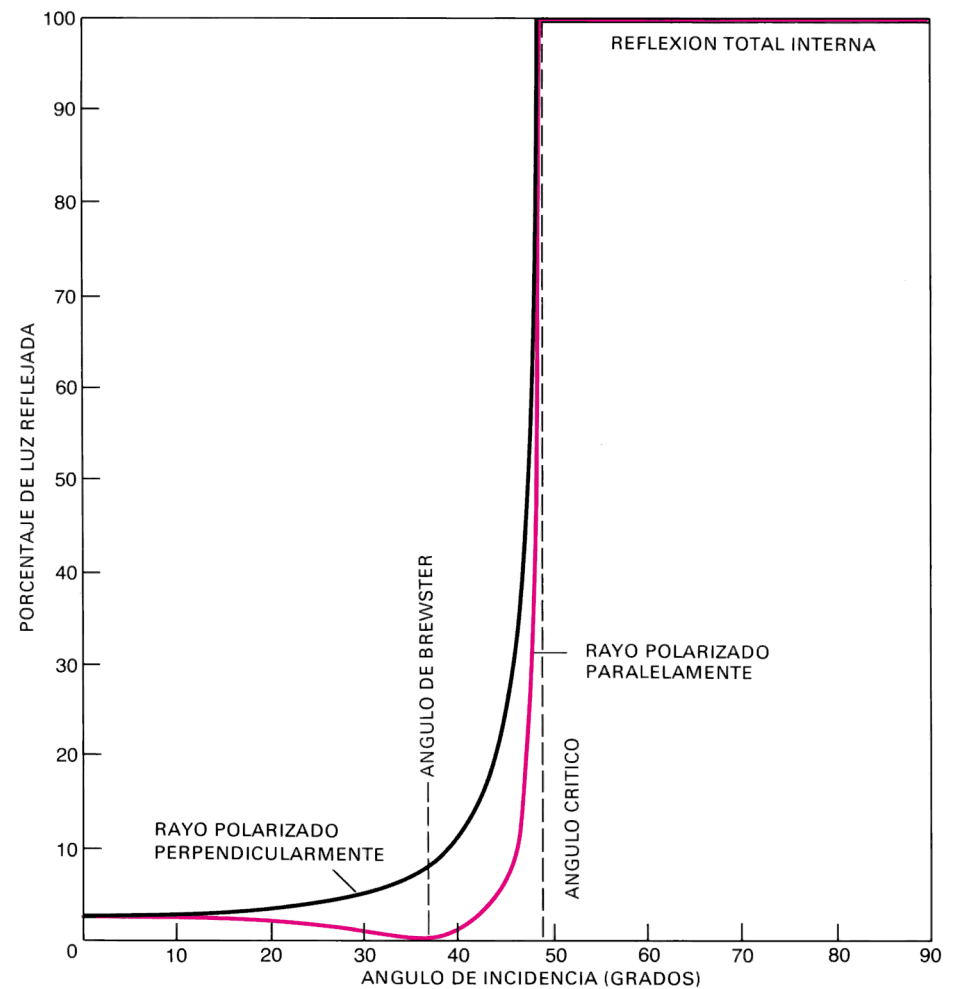
Airy realizó sus cálculos para un arco iris monocromático. Si se quiere aplicar su método al arco iris producido a la luz del Sol, hay que superponer las distribuciones de Airy generadas por las diversas componentes monocromáticas. Pasar más allá y describir la imagen del arco iris que se percibe exige una teoría de la visión del color.

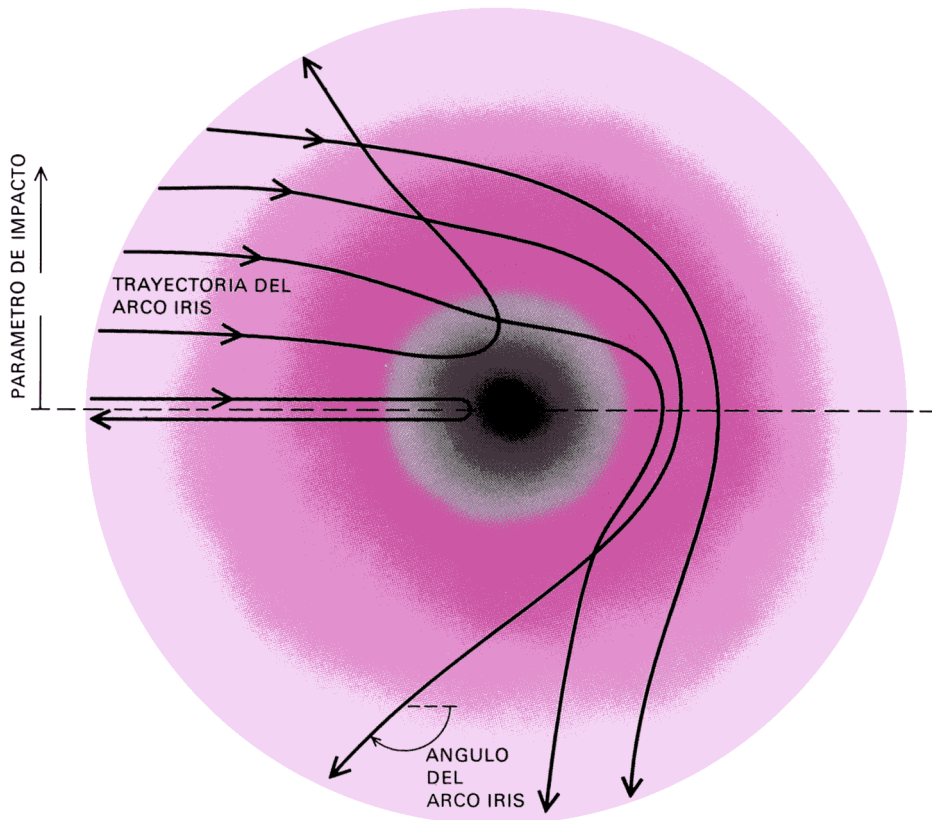
La pureza de los colores del arco iris queda determinada por el grado de superposición de los arcos iris monocro-

máticos componentes, la que a su vez viene determinada por el tamaño de las gotas. Gotas uniformemente grandes (de diámetro de unos cuantos milímetros) dan generalmente arcos iris brillantes con colores puros; con gotas muy pequeñas (diámetros de 0,01 milímetro aproximadamente) la superposición de colores es tan grande que la luz resultante aparece casi blanca.

Una propiedad importante de la luz, de la que hasta ahora hemos prescindido, es su grado de polarización. La luz es una onda transversal, es decir, una onda en la que las oscilaciones son perpendiculares a la dirección

8. LA POLARIZACION del arco iris es el resultado de la reflexión diferencial. Un rayo incidente puede descomponerse en dos componentes, una polarizada paralelamente y la otra perpendicularmente al plano de reflexión. En el caso de un rayo que incida sobre la superficie de separación entre el aire y el agua desde dentro de una gota, la reflectividad de la superficie depende del ángulo de incidencia. Superado cierto ángulo crítico, ambas componentes, la perpendicular y la paralela, son reflejadas por completo, aunque algo de luz viaja paralelamente a la superficie, constituyendo una "onda evanescente". Para ángulos menores la componente perpendicular es reflejada más eficazmente que la paralela y al llegar a un ángulo particular, llamado ángulo de Brewster, la luz polarizada paralelamente se transmite en su totalidad. El ángulo de reflexión interna para el rayo del arco iris cae cerca del ángulo de Brewster. Por eso la luz del arco iris presenta una polarización perpendicular.





9. LA DISPERSION DE UNOS ATOMOS POR OTROS crea un arco iris de partículas. El papel que desempeña el índice de refracción en la desviación óptica está representado aquí por las fuerzas interatómicas. La principal diferencia es que estas fuerzas varían gradual y continuamente, de modo que los átomos siguen trayectorias curvadas. Cuando un átomo se acerca a otro, la fuerza que se ejerce entre ellos consiste al principio en una atracción que aumenta continuamente (*sombreado en color*) pero a muy corta distancia se hace fuertemente repulsiva (*sombreado gris*). Un máximo local del ángulo de desviación corresponde al ángulo del arco iris. Es el ángulo al que se curva la trayectoria que mejor aprovecha la parte atractiva del potencial.

de propagación. (El sonido, por el contrario, es una vibración longitudinal.) La orientación de la oscilación transversal se puede separar en componentes a lo largo de dos ejes perpendiculares entre sí. Cualquier rayo luminoso se puede describir en función de esos dos estados independientes de polarización rectilínea. La luz del Sol es una mezcla incoherente de los dos en iguales proporciones; se dice con frecuencia que está polarizada en forma aleatoria, o simplemente no polarizada. La reflexión puede alterar el estado de polarización, hecho donde radica la importancia de la polarización en el análisis del arco iris.

Consideremos las reflexiones de un rayo luminoso que se propague por el interior de una gota de agua en el momento en que alcanza la superficie de la gota. El plano de reflexión, es decir, el que contiene los rayos incidente y reflejado, suministra una referencia geométrica conveniente. Los estados de polarización de la luz incidente se pueden dividir en paralelos a ese plano y perpendiculares a él. El

poder reflector de la superficie es pequeño en ambos planos para ángulos de incidencia cercanos a la perpendicular y crece muy rápidamente en la proximidad de un ángulo crítico, cuyo valor está determinado por el índice de refracción, sobrepasado el cual el rayo resulta totalmente reflejado con independencia de su polarización. Para ángulos intermedios, sin embargo, el poder reflector depende de la polarización. A medida que la incidencia se hace más próxima a la rasante, se refleja una proporción creciente de la componente polarizada perpendicularmente. En el caso de la componente paralela, en cambio, el poder reflector decrece antes de empezar a aumentar. Hay un determinado ángulo al que se anula por completo el poder reflector para la onda polarizada paralelamente, onda que se transmite en su totalidad. Por tanto, cuando la luz solar incide con ese ángulo, el rayo internamente reflejado se halla polarizado perpendicularmente al plano de reflexión. El ángulo en cuestión se denomina

ángulo de Brewster, en honor de David Brewster, que explicó su importancia en 1815.

La luz del arco iris está casi completamente polarizada, como se puede comprobar mirándolo a través de gafas polarizantes y girando los cristales alrededor de la línea de visión. La gran polarización proviene de una notable coincidencia: el ángulo de incidencia interna para el rayo del arco iris es muy próximo al ángulo de Brewster. La mayor parte de la componente paralela escapa en los rayos de segundo orden transmitidos, dejando en el arco iris un predominio de rayos polarizados perpendicularmente.

El conocimiento de que tanto la materia como la radiación se pueden comportar como ondas ha ensanchado el campo de aplicación de la teoría del arco iris, que abarca ahora nuevos e invisibles arcos iris producidos en la dispersión atómica y nuclear.

El matemático irlandés William Rowan Hamilton ya había percibido una cierta analogía entre la óptica geométrica y la mecánica clásica de partículas en 1831. Análogas a los rayos de la óptica geométrica son las trayectorias de las partículas; el cambio de dirección de un rayo de luz al penetrar en un medio de distinto índice de refracción corresponde a la desviación de una partícula que se mueve bajo la acción de una fuerza. En la dispersión de las partículas se presentan analogías respecto de muchos efectos ópticos, entre los cuales hay que contar el arco iris.

Consideremos el choque entre dos átomos de un gas. Al acercarse los átomos desde una separación inicial grande, quedan al principio sometidos a una atracción constantemente creciente. A distancias pequeñas, sin embargo, sus cortezas electrónicas comienzan a interpenetrarse y la fuerza atractiva disminuye. A distancias muy pequeñas se convierte en una repulsión cada vez más fuerte.

Como en el experimento óptico, la dispersión atómica se puede analizar trazando las trayectorias de los rayos en función del parámetro de impacto. Debido a la variación gradual y continua de las fuerzas, los átomos siguen trayectorias curvadas en lugar de cambiar bruscamente de dirección, como hacían los rayos en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción. Aun cuando algunas de las trayectorias sean bastante complicadas, cada parámetro de impacto corresponde a un ángulo de desviación único; hay además una trayectoria que representa una desvia-

ción angular local máxima. Esa trayectoria resulta ser la que hace un uso más eficaz de la interacción atractiva entre átomos. Debe esperarse una gran concentración de partículas en sus proximidades: es el ángulo del arco iris para átomos que interactúan.

Kenneth W. Ford y John A. Wheeler formularon un tratamiento mecano-cuántico del arco iris atómico y nuclear en 1959. La interferencia entre trayectorias emergentes en la misma dirección da lugar a máximos supernumerarios de intensidad. Y se ha deducido una teoría de la dispersión de partículas análoga a la de Airy.

El primer arco iris atómico fue observado por E. Hundhausen y H. Pauly en 1964, en la dispersión de átomos de sodio por átomos de mercurio. Se detectaron el máximo principal del arco iris y dos supernumerarios; en experimentos posteriores se observaron oscilaciones a escalas todavía más finas. Los arcos iris medidos en esos experimentos llevan consigo información sobre las fuerzas interatómicas. De la misma manera que el ángulo del arco iris óptico depende solamente del índice de refracción, el ángulo del arco iris atómico viene determinado por la intensidad de la parte atractiva de la interacción. E igualmente las posiciones de los máximos supernumerarios dependen del tamaño y suministran información sobre el alcance de la interacción. Se han hecho observaciones de la misma clase referentes a la dispersión de núcleos atómicos.

La teoría de Airy consiguió muchos éxitos, pero comporta una desazonante laguna cognoscitiva: la necesidad de adivinar la distribución de amplitudes a lo largo del frente de onda inicial escogido. Las hipótesis empleadas para estimarlas son plausibles sólo para gotas de agua bastante grandes. La mejor manera de expresar el tamaño en este contexto es mediante un "parámetro de tamaño", definido como la relación de la circunferencia de la gota a la longitud de onda de la luz. El valor del parámetro de tamaño varía entre 100 aproximadamente, en el caso de niebla o neblina, y varios millares para gotas de lluvia grandes. La aproximación de Airy es plausible solamente para gotas cuyo parámetro sea de 5000 o más.

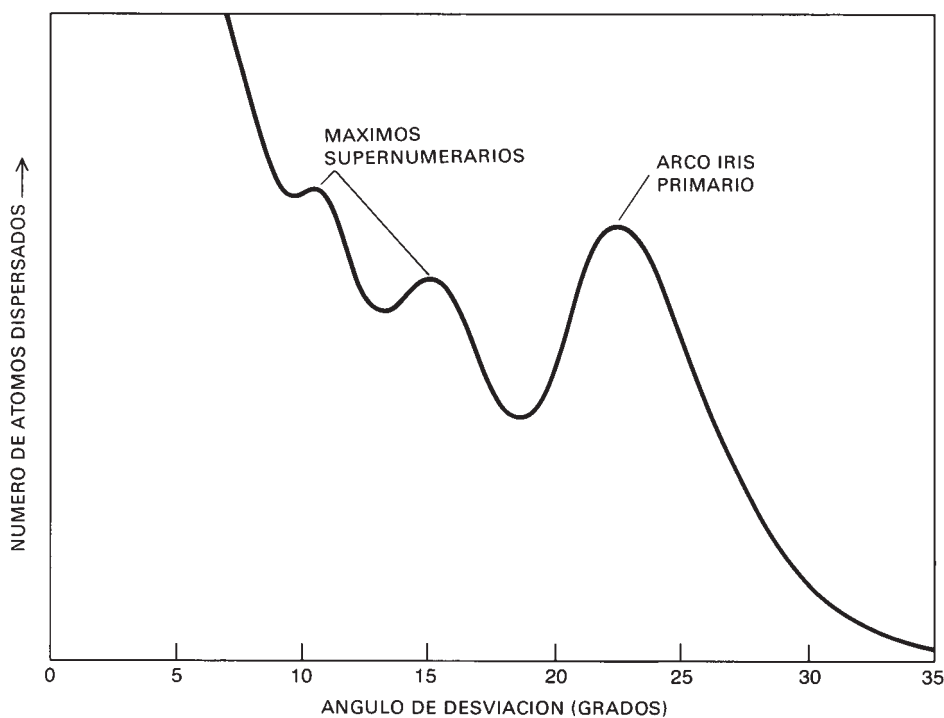
Resulta irónico que haya una solución exacta para un problema tan difícil como el del arco iris, solución que además se conoce desde hace muchos años. En cuanto James Clerk Maxwell

propuso la teoría electromagnética de la luz, hace más de un siglo, se pudo dar una formulación matemática precisa del problema del arco iris óptico. Se necesita calcular la dispersión de una onda electromagnética plana por una esfera homogénea. La solución de un problema parecido, aunque algo más sencillo, es decir, la dispersión de ondas sonoras por una esfera, había sido estudiada por varios investigadores en el siglo XIX, sobre todo por Lord Rayleigh. La solución que obtuvieron constaba de una serie infinita de términos llamados ondas parciales. Gustav Mie y Peter J. W. Debye dieron una solución de la misma forma al problema electromagnético en 1908.

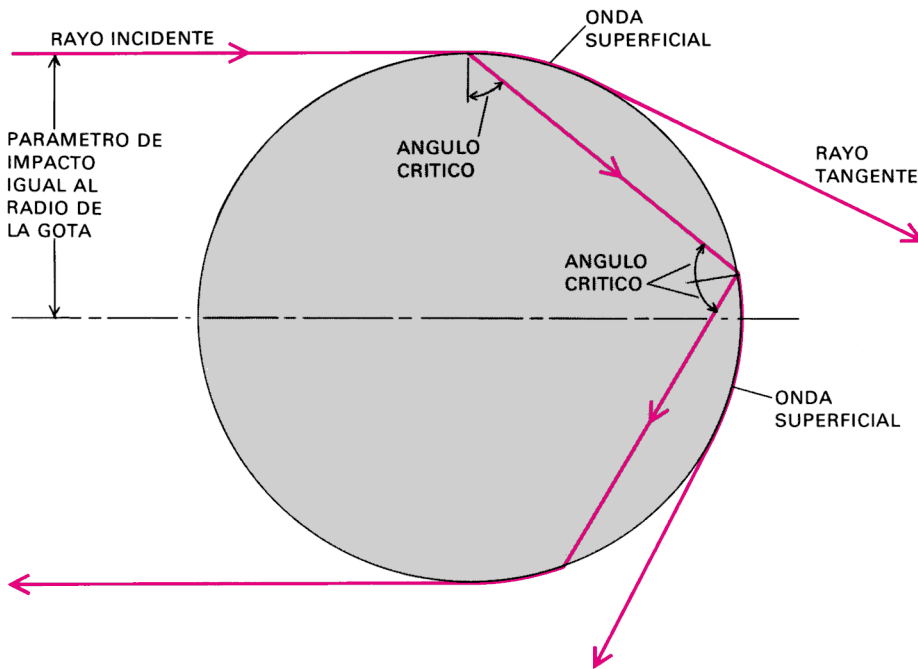
Dada la existencia de una solución exacta del problema de la dispersión, podría parecer cosa sencilla determinar todos sus aspectos, incluyendo el carácter preciso del arco iris. El problema, naturalmente, es la necesidad de sumar la serie de ondas parciales, cada término de la cual es una función un tanto complicada. La serie se puede truncar para dar una solución aproximada, pero este método sólo resulta práctico en algunos casos. El número de términos que deben retenerse es del mismo orden de magnitud que el parámetro de tamaño. La serie de ondas parciales es, por tanto, muy adecuada para el tratamiento de la

difusión de Rayleigh, que es la responsable del color azul del cielo; en ese caso, las partículas dispersoras son moléculas, mucho más pequeñas que la longitud de onda, de modo que basta con un término de la serie. Para el problema del arco iris deben tomarse en cuenta parámetros de tamaño de hasta varios millares. Una buena aproximación a la solución por el método de ondas parciales requeriría evaluar la suma de varios miles de términos complicados. Se han hecho intentos con ordenadores, pero los resultados son funciones del parámetro de tamaño y del ángulo de desviación que varían rápidamente, de modo que el trabajo y el costo se hacen enseguida prohibitivos. Además un ordenador no puede calcular más que soluciones numéricas; no ofrece medio de penetrar en la física del arco iris. Estamos, pues, en la mortificante situación de conocer la fórmula de la solución exacta y de no ser capaces de extraer de ella una mayor comprensión del fenómeno que describe.

Los primeros pasos hacia la resolución de esta paradoja se dieron a comienzos del siglo XX por los matemáticos Henri Poincaré y G. N. Watson, quienes hallaron un método para transformar la serie de ondas parciales, que sólo converge muy lentamente



10. ARCO IRIS ATOMICO detectado por E. Hundhausen y H. Pauly al estudiar la dispersión de átomos de sodio por átomos de mercurio. Las oscilaciones en el número de átomos desviados corresponden a un arco iris primario y dos máximos supernumerarios. Un arco de esta clase contiene información sobre la intensidad y el alcance de las fuerzas interatómicas.



11. LA TEORIA DEL MOMENTO cinético complejo del arco iris comienza con la observación de que un fotón, o cuanto de luz, incidente sobre una gota a cierto parámetro de impacto (que no se puede definir exactamente), transporta momento cinético. En la teoría, las componentes de ese momento cinético se extienden hasta abarcar valores complejos, es decir, valores que contienen la raíz cuadrada de -1 . Las consecuencias de este método se pueden ilustrar mediante el ejemplo de un rayo que incida tangencialmente sobre una gota. El rayo genera ondas superficiales que viajan sobre la superficie de la gota y emiten radiación continuamente. El rayo puede también penetrar en la gota con el ángulo crítico para la reflexión total interna, emergiendo bien para formar otra onda superficial o bien para repetir el trayecto interno que, según se explica en el texto, es más corto.

hacia su límite, en una expresión rápidamente convergente. La técnica en cuestión se conoce ahora como la transformación de Watson o el método del momento cinético complejo.

No es particularmente difícil ver por qué el momento cinético está relacionado con el problema del arco iris, aunque es menos evidente que sea preciso considerar valores complejos del mismo. La explicación más sencilla la suministra una teoría corpuscular de la luz, en la que un haz de luz se considera como un chorro de partículas llamadas fotones. Aunque el fotón no tenga masa, transporta energía y cantidad de movimiento en proporción inversa a la longitud de onda de la correspondiente onda luminosa. Cuando un fotón choca con una gota de agua con un parámetro de impacto mayor que cero, el fotón transporta un momento cinético igual al producto de su cantidad de movimiento por el parámetro de impacto. Cuando sufre una serie de reflexiones internas, está describiendo, en realidad, elementos de órbita en torno al centro de la gota. La mecánica cuántica impone de hecho ciertas restricciones adicionales sobre este proceso. Por una parte, requiere

que el momento cinético tome solamente ciertos valores discretos; por otra, deniega la posibilidad de determinar en forma precisa el parámetro de impacto. Cada valor discreto del momento cinético responde a un término de la serie de ondas parciales.

Para realizar la transformación de Watson deben introducirse valores del momento cinético habitualmente considerados como imposibles físicos. Por un lado, se debe permitir al momento cinético que varíe continuamente, en lugar de hacerlo por unidades cuantificadas; y, lo que es más importante, debe permitírsele que se extienda al campo de los números complejos, es decir, los que incluyen una componente real y una imaginaria que contiene algún múltiplo de la raíz cuadrada de -1 . El plano definido por esas dos componentes se designa como plano del momento cinético complejo.

Mucho es lo que se gana a cambio de las abstracciones matemáticas del método del momento cinético complejo. Sobre todo que, tras recorrer el plano del momento cinético complejo mediante la transformación de Wat-

son, se pueden redistribuir las contribuciones a la serie de ondas parciales. En lugar de un gran número de términos, se puede trabajar con sólo unos pocos puntos, llamados polos y puntos de silla, en el plano del momento cinético complejo. Los polos suscitan gran interés teórico en física de partículas elementales, donde se les suele llamar polos de Regge, en honor del físico italiano Tullio Regge.

Tanto los polos como los puntos de silla tienen una interpretación física en el problema del arco iris. Las contribuciones de los puntos de silla reales están asociadas a los rayos luminosos corrientes y reales que hemos estado considerando a lo largo de este artículo. ¿Qué ocurre con los puntos de silla complejos? Los números imaginarios o complejos se consideran ordinariamente como soluciones de una ecuación que no tiene sentido físico, pero no son soluciones sin sentido. Las componentes imaginarias van usualmente asociadas al amortiguamiento de la amplitud de la onda en las descripciones de la propagación de ondas. Por ejemplo, en la reflexión total interna de un rayo de luz en la superficie de separación entre el agua y el aire, una onda luminosa “pasa a través del espejo”. Su amplitud, sin embargo, se amortigua rápidamente, de modo que la intensidad se hace despreciable a una profundidad del orden de una sola longitud de onda. Tal onda no se propaga en el aire; por el contrario, queda ligada a la superficie fronteriza, propagándose a lo largo de ella; se llama onda evanescente. La descripción matemática de la onda evanescente lleva consigo las componentes imaginarias de una solución. El efecto túnel de la mecánica cuántica, en el cual una partícula pasa a través de una barrera de potencial sin superarla, tiene una base matemática análoga. También aparecen “rayos complejos” en el lado de sombra de una cáustica, donde describen la amplitud amortiguada de las ondas luminosas difractadas.

Las contribuciones de los polos de Regge a la serie transformada de ondas parciales van asociadas a ondas superficiales de otra clase. Estas ondas son excitadas por rayos incidentes que atacan la esfera tangencialmente. Una vez creada tal onda, se propaga sobre la esfera, pero se va amortiguando continuamente porque emite radiación en sentido tangencial, como un aspersor de jardín. En cada punto, a lo largo del camino circular de la onda, ésta penetra también en la esfera con un ángulo de incidencia igual al crítico para que se produzca reflexión total interna,

reemergiendo como onda superficial después de describir uno o más de tales atajos. Es interesante observar que Johannes Kepler ya conjeturó en 1584 que esta clase de rayos en “molinillo de viento” podrían ser los responsables del arco iris, pero abandonó la idea porque no le proporcionaba el ángulo correcto del arco.

Los físicos holandeses Balthus van der Pol y H. Bremmer aplicaron la transformación de Watson al problema del arco iris en 1937, pero sólo pudieron demostrar que se podía obtener la aproximación de Airy como caso límite. El autor desarrolló una versión mejorada del método de Watson en 1965 y la aplicó al problema del arco iris en 1969 con algo más de éxito.

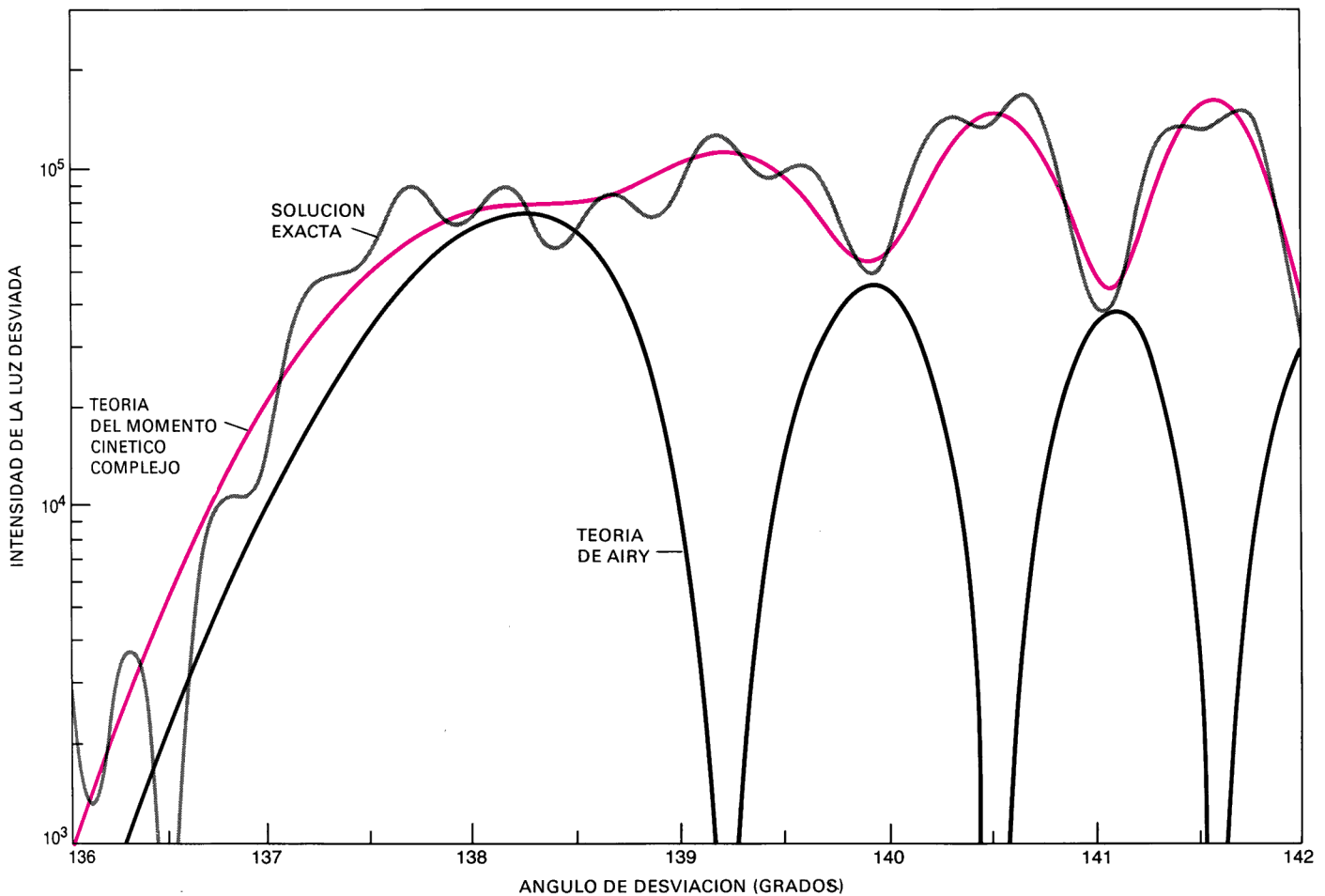
Al realizar el sencillo análisis cartesianiano vimos que en el lado ilumina-

do del arco iris hay dos rayos que emergen en la misma dirección; para el ángulo del arco iris, se funden en el rayo único de mínima desviación de Descartes y, en el lado en sombra, desaparecen. En el plano del momento cinético complejo, como he mencionado, cada rayo geométrico corresponde a un punto de silla real. De aquí que, en términos matemáticos, un arco iris sea meramente la intersección de dos puntos de silla en el plano del momento cinético complejo. En la región de sombra más allá del ángulo del arco iris, no es que los puntos de silla simplemente desaparezcan, sino que se hacen complejos, es decir, crean una parte imaginaria. La luz difractada en la banda oscura de Alejandro proviene de un punto de silla complejo. Es un ejemplo de “rayo com-

plejo” en el lado en sombra de una curva cáustica.

Debe observarse que la adopción del método del momento cinético complejo no implica que las soluciones previas del problema del arco iris fueran erróneas. La explicación de Descartes del arco primario como rayo de mínima desviación no es en manera alguna incorrecta y los arcos supernumerarios siguen pudiendo considerarse como un efecto interferencial, tal como Young propuso. El método del momento cinético complejo simplemente da una cuenta más completa de los trayectos que le están permitidos a un fotón en la región del cielo correspondiente al arco iris, por lo que logra resultados más reales.

Vijay Khare hizo una comparación detallada de las tres teorías del arco iris



12. LAS TEORIAS CUANTITATIVAS del arco iris predicen la intensidad de la luz desviada en función del ángulo de desviación, del tamaño de la gota y de la polarización. Aquí se presentan las predicciones de tres teorías para el caso de la luz polarizada paralelamente y desviada por gotas de circunferencia igual a 1500 veces la longitud de onda de la luz. Una curva representa la solución “exacta” del problema del arco iris, deducida de las ecuaciones obtenidas por James Clerk Maxwell para describir la radiación electromagnética. La solución exacta es la suma de una serie infinita de términos, aproximada aquí sumando más

de 1500 términos complicados para cada punto usado en el trazado de la curva. La teoría de Airy está en claro desacuerdo con la solución exacta, sobre todo en la región angular de los arcos supernumerarios, donde la solución exacta presenta mínimos en la posición de los máximos de Airy. Por otra parte, los resultados obtenidos por el método del momento cinético complejo corresponden muy aproximadamente a la solución exacta, salvo que no reproducen las pequeñas oscilaciones de alta frecuencia. Estas fluctuaciones se encuentran íntimamente asociadas con otro fenómeno óptico de la atmósfera, la gloria.

en 1975: la aproximación de Airy, la solución “exacta” obtenida por suma- ción de la serie de ondas parciales mediante ordenador y los términos del arco iris en el método del plano del momento cinético complejo, asociados con la intersección de dos puntos de silla. Para la polarización perpendicular dominante, la teoría de Airy requiere solamente pequeñas correcciones en el arco primario y sus errores se hacen apreciables solamente en la región de los arcos supernumerarios. En el caso de los rayos desviados que están polarizados perpendicularmente al plano de incidencia, sin embargo, la aproxima- ción de Airy falla claramente. Para los arcos supernumerarios, la solución exacta muestra mínimos donde la teoría de Airy presenta máxima inten- sidad y viceversa. Este serio fallo deriva de la casi total coincidencia entre el ángulo de reflexión interna de los rayos del arco iris y el ángulo de Brewster. La amplitud del rayo refractado cambia de signo a este ángulo, cambio que la teoría de Airy no tiene en cuenta. El resultado del cambio de signo es que, a lo largo de las direcciones que corres- ponden a los máximos en las soluciones de Airy, la interferencia sea destructiva en lugar de constructiva.

En términos de las características en gran escala, como son el arco primario, los arcos supernumerarios y el aspecto de la difracción en el lado oscuro, el resultado a partir del momento cinético complejo concuerda muy bien con la solución exacta. Las fluctuaciones de intensidad a menor escala en la curva exacta no son tan bien reproducidas por los términos de arco iris en el método del momento cinético complejo. A cambio de ello la solución exacta requiere la suma- ción de más de 1500 términos complicados, para un parámetro de un tamaño típico de 1500, mientras que la curva del momento cinético complejo se obtiene con sólo unos pocos términos mucho más sencillos.

Las pequeñas fluctuaciones resi- duales que presenta la curva exacta de intensidad provienen de reflexio- nes internas de orden superior, es decir, de rayos pertenecientes al ter- cer y cuarto orden. Estos tienen poco interés para el arco primario, mas para mayores ángulos de desviación su contribución aumenta, haciéndose dominante en la proximidad de la dirección de retrodifusión. Estos rayos son los responsables de otra fasci- nante manifestación meteorológica: las “glorias”.

La gloria aparece como un halo de colores espectrales que rodea la som-

bra que un observador proyecta sobre las nubes o la niebla; cuando más comúnmente se observa es desde un avión que vuela por encima de nubes. También se puede explicar mediante la teoría del momento cinético complejo, pero la explicación es más complicada que la del arco iris. Un grupo de ondas que contribuye a la gloria proviene de las ondas superficiales descritas por los polos de Regge que van asociadas a los rayos tangenciales del tipo de molinillo de viento de Kepler. Las reflexiones internas múlti- ples que dan lugar a polígonos estrellados cerrados desempeñan un importante papel, dando lugar a reso- nancias o refuerzos de la intensidad. Tales coincidencias geométricas enca- jan muy bien en el espíritu de las teo- rías de Kepler.

Otro segundo e importante grupo de contribuciones, puesto de manifiesto por Khare, viene del lado sombreado de arcos iris de orden superior que aparecen cerca de la dirección de retrodifusión. Esas contribuciones representan el efecto de los rayos com- plexos. El arco iris de décimo orden, formado a sólo unos pocos grados de distancia angular de la dirección de retrodifusión, es particularmente efectivo.

En el caso de los arcos iris de orden superior la teoría de Airy daría resultados incorrectos para ambas polarizaciones y, por tanto, debe utilizarse la teoría del momento cinético complejo. Podría decirse que la gloria está formada en parte por la sombra de un arco iris. Satisface descubrir que la elegante, pero aparentemente abstracta, teoría del momento cinético complejo da una explicación de esos dos fenómenos naturales y encontrar además una inesperada relación entre ellos.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

- LIGHT SCATTERING BY SMALL PARTICLES. H. C. Van de Hulst. John Wiley & Sons, 1957.
- LIGHT AND COLOUR IN THE OPEN AIR. M. Minnaert, trad. al inglés por H. M. Kremer-Priest y revisado por K. E. Brian Jay. G. Bell and Sons Ltd., 1959.
- THE RAINBOW: FROM MYTH TO MATHE- MATICS. Carl B. Boyer. Thomas Yoseloff, 1959.
- INTRODUCTION TO METEOROLOGICAL OP- TICS. R. A. R. Tricker. American Elsevier Publishing Co. Inc., 1970.
- THEORY OF THE RAINBOW. V. Khare y H. M. Nussenzveig en *Physical Review Letters*, vol. 33, n.º 16, págs. 976-980; 14 de octubre, 1974.

