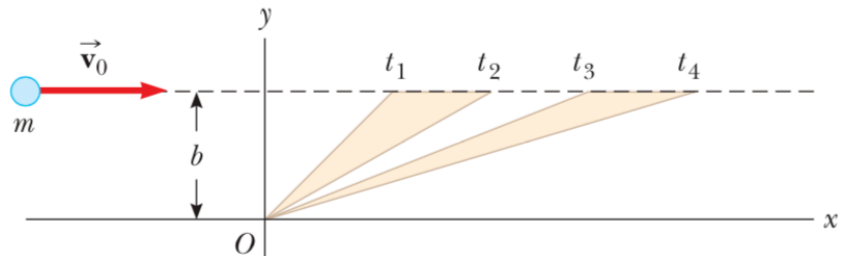


Gravitación Universal

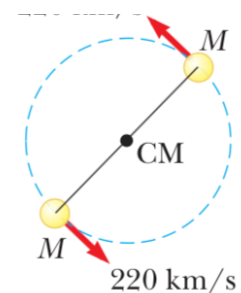
Guía de ejercicios

Leyes de Kepler

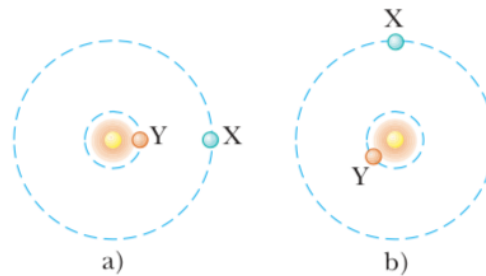
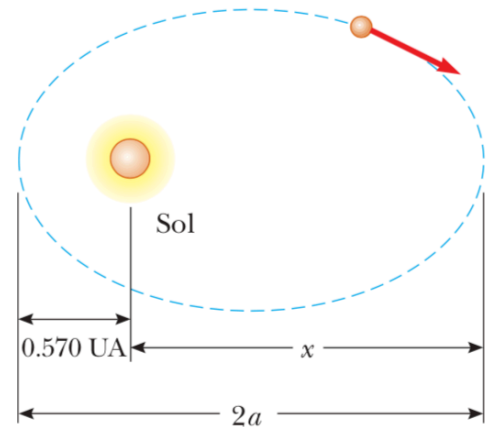
- Urano emplea 84 años en darle la vuelta al Sol. Encuentre el radio de la órbita de Urano como múltiplo del radio de la órbita de la Tierra.
- Si la distancia del sol a un planeta fuera 5 veces la distancia de la Tierra al Sol, ¿En cuántos años el planeta completa una vuelta alrededor del Sol?
- El 19 de Julio de 1969 la órbita de la nave espacial Apolo 11 alrededor de la Luna fue ajustada a una órbita media de 111 km . El radio de la Luna es 1.785 km . a) ¿Cuántos minutos le tomó completar una órbita? b) ¿Qué velocidad tenía alrededor de la Luna?
- Conocidas las distancias entre la Luna, la Tierra y el Sol respectivamente y sus masas, encuentre la razón de las fuerzas gravitacionales ejercidas por la Tierra y el Sol sobre la Luna.
- Una partícula de masas m se mueve a lo largo de una línea recta con rapidez constante en la dirección x , a una distancia b del eje x . ¿La partícula tiene alguna cantidad de movimiento angular en torno al origen? Explique por qué la cantidad de movimiento angular debe cambiar o debería permanecer constante. Demuestre que la segunda ley de Kepler se satisface al mostrar que los dos triángulos sombreados en la figura tienen la misma área cuando $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$



- El sistema planetario de Plaskett consiste en dos estrellas que dan vueltas en una órbita circular en torno a un centro de masa a la mitad del camino entre ellas. Este enunciado implica que las masas de las dos estrellas son iguales. Suponga que la rapidez orbital de cada estrella es de 220 km/s y que el periodo orbital de cada una es $14,4 \text{ días}$. Encuentre la masa M de cada estrella. (Para comparación, la masa del sol es $1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$).



7. El cometa Halley se aproxima al Sol hasta dentro de $0,570$ UA, y su periodo orbital es $75,6$ años. (UA es el símbolo para unidad astronómica, donde $1 \text{ UA} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ es la distancia media Tierra-Sol.) ¿Qué tan lejos del Sol viajará el cometa Halley antes de comenzar su viaje de regreso?
8. Io, un satélite de Júpiter, tiene un periodo orbital de $1,77$ días y un radio orbital de $4,22 \cdot 10^5 \text{ km}$. A partir de estos datos, determine la masa de Júpiter.
9. Dos planetas, X y Y, viajan en sentido contrario a las manecillas del reloj en órbitas circulares en torno a una estrella, como se muestra en la figura. Los radios de sus órbitas están en la proporción $3:1$. En un momento, están alineados como se muestra en la figura a), y forman una línea recta con la estrella. Durante los siguientes cinco años, el desplazamiento angular del planeta X es $90,0^\circ$, como se muestra en la figura b). ¿Dónde está el planeta Y en este momento?



Energía y trabajo

En los siguientes problemas 10, 11 y 12 suponga que $U=0$ y que $r=\infty$.

10. Un satélite de la Tierra tiene una masa de 100 kg y está a una altura de $2,00 \times 10^6 \text{ m}$. a) ¿Cuál es la energía potencial del sistema satélite-Tierra? b) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza gravitacional que ejerce la Tierra sobre el satélite? c) ¿Qué pasaría si? ¿Qué fuerza, si existe alguna, ejerce el satélite sobre la Tierra?
11. Después de que el Sol agote su combustible nuclear, su destino final puede ser colapsar a un estado de *enana blanca*. En dicho estado tendría aproximadamente la misma masa que tiene ahora, pero un radio igual al de la Tierra. Calcule a) la densidad promedio de la enana blanca, b) la aceleración en caída libre en la superficie y c) la energía potencial gravitacional asociada con un objeto de $1,00 \text{ kg}$ en su superficie.
12. En la superficie de la Tierra un proyectil se lanza recto hacia arriba con una rapidez de $10,0 \text{ km/s}$. ¿A qué altura se elevará? Ignore la resistencia del aire y la rotación de la Tierra.
13. ¿Cuánto trabajo realiza el campo gravitacional de la Luna sobre un meteoro de 1.000 kg mientras viene del espacio exterior e impacta sobre la superficie de la Luna?

14. a) ¿Cuál es la rapidez mínima, en relación con el Sol, necesaria para que una nave espacial escape del sistema solar, si parte en la órbita de la Tierra? b) El *Voyager I* logró una rapidez máxima de 125.000 km/h en su camino para fotografiar a Júpiter. ¿Más allá de qué distancia desde el Sol es suficiente esta rapidez para escapar del sistema solar?
15. Un satélite de 1.000 kg orbita la Tierra a una altura constante de 100 km . ¿Cuánta energía se debe agregar al sistema para mover el satélite en una órbita circular con altitud de 200 km ? Explique los cambios de energía cinética, energía potencial y energía total.
16. Un “satélite copa de árbol” se mueve en una órbita circular justo sobre la superficie de un planeta, que se supone no ofrece resistencia del aire. Demuestre que su rapidez orbital v y la rapidez de escape del planeta se relacionan mediante la expresión $v_{esc} = \sqrt{2}v$.
17. Ganímedes es la más grande de las lunas de Júpiter. Considere un cohete sobre la superficie de Ganímedes, en el punto más lejano del planeta. ¿La presencia de Ganímedes hace que Júpiter ejerza una fuerza mayor, menor o igual sobre el cohete, en comparación con la fuerza que ejercería si Ganímedes no se interpusiera? Determine la rapidez de escape para el cohete del sistema planeta-satélite. El radio de Ganímedes es $2,64 \times 10^6 \text{ m}$ y su masa es $1,495 \times 10^{23} \text{ kg}$. La distancia entre Júpiter y Ganímedes es $1,071 \times 10^9 \text{ m}$, y la masa de Júpiter es $1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$. Ignore el movimiento de Júpiter y Ganímedes mientras dan vueltas en torno a su centro de masa.



Júpiter



Ganímedes

18. Conocidas las distancias entre la Luna, la Tierra y el Sol respectivamente y sus masas, encuentre la razón de las fuerzas gravitacionales ejercidas por la Tierra y el Sol sobre la Luna.
19. Calcular la energía potencial de un satélite de 1000 kg que se encuentra a una altura de 2000 km sobre la Tierra.
20. Un satélite de 500 kg está en una órbita circular de radio $2RT$, calcular la energía requerida para cambiar al satélite a otra órbita de radio $4RT$.
21. Calcular la energía requerida para enviar una nave de 1.000 kg desde la Tierra hasta una distancia donde la fuerza de gravedad sea despreciable.
22. Un satélite meteorológico de 100 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 9.630 km . Calcular: a) su rapidez tangencial en la órbita, b) el trabajo necesario para ponerlo en esa órbita.
23. Un satélite de 300 kg describe una órbita circular en torno a la Tierra a una altura de 3 radios terrestres. Calcular: a) su rapidez tangencial, b) el trabajo para ponerlo en órbita, c) la aceleración de gravedad a la altura del satélite.

RESPUESTAS

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5) La partícula no tiene fuerzas externas aplicada sobre ella, luego el momento angular se conserva. Como la velocidad es constante, la distancia recorrida en los intervalos de tiempos deben ser igual, entonces el área de los triángulos deben ser iguales.
- $$\frac{1}{2}bv(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}bv(t_4 - t_3)$$
- 6) $M = 1,26 \times 10^{32} \text{ Kg} = 63,3$ masas solares
- 7) 35, 2 U.A más allá de la órbita de plutón.
- 8) $M = 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$, unas 316 masas terrestres
- 9) el planeta Y está a 1,30 revoluciones
- 10) a) $-4,77 \times 10^9 \text{ J}$ b) y c) El planeta y el satélite ejercen fuerzas de igual magnitud sobre cada una con un valor de 569 N
- 11) a) $1,84 \times 10^9 \text{ kg/m}^3$ b) $3,27 \times 10^6 \text{ m/s}^2$ c) $-2,08 \times 10^{13} \text{ J}$
- 12) $h = 2,52 \times 10^7 \text{ m}$
- 13) $2,82 \times 10^9 \text{ J}$
- 14) a) 42,1 km/s b) $2,20 \times 10^{11} \text{ m}$
- 15) 469 MJ
- 16) ----
- 17) $U_1 = -3,78 \times 10^6 \text{ m}_2 \text{ m}^2/\text{s}^2$ $U_2 = -1,18 \times 10^8 \text{ m}_2 \text{ m}^2/\text{s}^2$
 $v_{\text{esc}} = 15,6 \text{ km/s}$
- 18)
- 19)
- 20)
- 21)
- 22) a) 5000 m/s b) $3,75 \times 10^9 \text{ J}$
- 23) a) 3.963 m/s b) $1,4 \times 10^{10} \text{ J}$ c) $0,61 \text{ m/s}^2$